SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

SF Education

Соотношение риска и доходности инвестиций

Спикер: Егор Вакарюк, CFA

Концепция стоимости денег во времени

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Рассмотрим базовые принципы теории портфельных инвестиции
- Обсудим, как диверсификация позволяет снизить риски инвестиционного портфеля без снижения его доходности
- Обсудим модели прогнозирования доходности, в том числе модель оценки капитальных активом (CAPM)
- Рассмотрим концепции соотношения риска и доходности, обсудим, как и почему эти концепции связаны между собой

Меры доходности инвестиций

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Доходность за периода владения (HPR, holding period return) — это просто процентное изменение стоимости инвестиции за период владения, включая промежуточные поступления и платежи

$HPR = (P_1 — P_0 + D_1)/P_0$

Где:

P_0 — первоначальные инвестиции

P_1 — цена актива в конце периода

D_1 — выплата промежуточных доходов (купоны, дивиденды)

Арифметическая доходность представляет собой простое среднее значение доходностей за период владения:

$$арифметическая_доходность = \frac{(R_1 + R_2 + ... + R_n)}{n}$$

Меры доходности инвестиций (Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Среднегеометрическая доходность представляет собой годовую ставку с учетом сложного процента:

$$среднегеометрическая_доходность = \sqrt[n]{(1+R_1)\times(1+R_2)\ldots(1+R_n)} - 1$$

Доходность, взшенная по деньгам, или IRR инвестиционного портфеля — это внутренняя норма доходности инвестиционного портфеля, рассчитаная на всех его притоках и оттоках денежных средств

Прочие меры доходности инвестиций

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Валовая доходность представляет собой **общую доходность** от портфеля ценных бумаг до вычета комиссий за управление и администрирование

Чистая доходность определяется как доходность после вычета комиссий за управление и администрирование

Номинальная доходность до уплаты налогов определяется как доходность до уплаты налогов

Номинальная доходность после уплаты налогов определяется как доходность после уплаты налогов

Реальная доходность – это номинальная доходность, скорректированная с учетом инфляции!

Основные классы активов

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Результаты для различных рынков по всему миру аналогичны: классы активов с наибольшей средней доходностью также имеют самые высокие риски (стандартное отклонение доходности):

Временной период	Актив	Средняя арифметическая	Стандартное отклонение
01.02.1998-01.06.2016	Доллар США	17,5%	52,8%
25.08.1997-01.06.2016	Золото	29,60%	52,50%
30.12.2002-01.06.2016	Гособлигации	9,60%	9,70%
01.01.2002-01.06.2016	Корп. Облигации	11%	7,70%
01.09.1997-01.06.2016	Индекс ММВБ	33,4%	67%
янв. 1995-март 2016	Депозит	13,70%	15,80%

Источник: Schweser Notes, Kaplan

Меры риска инвестиций

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Дисперсия множества

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}{N}$$

Дисперсия выборки

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Ковариация между **доходностью** двух активов:

$$Cov_{1,2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(R_{t,1} - \overline{R_1}\right)\left(R_{t,2} - \overline{R_2}\right)\right\}}{n-1}$$

Корреляция:

$$\rho_{1,2} = \frac{Cov_{1,2}}{\sigma_1 \sigma_2}$$

Отношение инвесторов к риску

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Инвестор, **не склонный к риску**, — это просто тот, кто не любит риск (т. е. предпочитает меньший риск большему риску). Если инвестору предстоит выбрать из двух инвестиций, которые имеют одинаковую ожидаемую доходность, инвестор, не склонный к риску, выберет ту, которая имеет меньший риск (меньшее стандартное отклонение, σ)

- Инвестор, **ищущий риск** (любящий риск), на самом деле предпочитает больший риск меньшему и, при равной ожидаемой доходности, выберет более рискованную инвестицию

- Инвестор, **нейтральный к риску**, не имеет предпочтений в отношении риска и ему будет **безразлично**, какую из двух инвестиций выбрать для вложения собственного капитала

Доходность портфеля

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Если доходность двух рискованных активов совершенно положительно коррелирует, ρ = + 1, то квадратный корень из дисперсии, то есть стандартное отклонение портфеля, равно:

$$\sigma_{portfolio} = \sqrt{Var_{portfolio}} = w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2$$

Пример 1 – Расчет доходности портфеля

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Рассмотрим два рискованных актива, дисперсия доходности которых составляет 0.0625 и 0.0324, соответственно. Стандартные отклонения доходности активов в таком случае составляют 25% и 18%, соответственно

Рассчитайте дисперсию и стандартные отклонения доходности портфеля для равновзвешенного портфеля двух активов, когда корреляция их доходностей равна 1, 0,5, 0 и -0,5

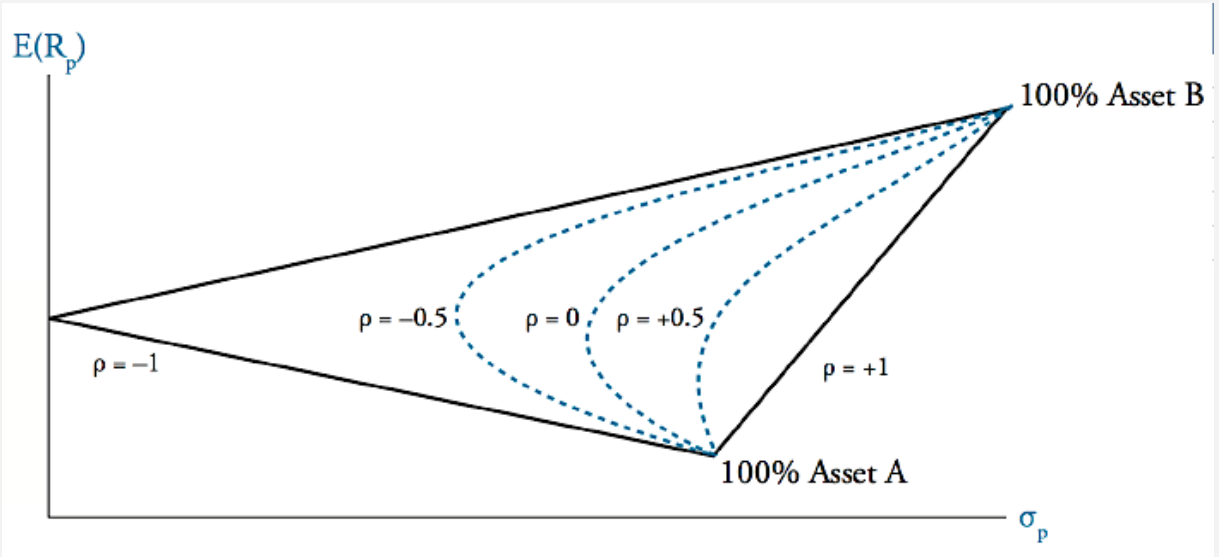
Пример 1 – Решение

Соотношение риска и доходности портфеля

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Из проведенного анализа должны быть очевидны преимущества снижения риска при инвестировании в активы с низкой корреляцией доходности. Желание **снизить риск** — вот что заставляет инвесторов инвестировать не только в отечественные акции, но и в облигации, иностранные акции, недвижимость и другие активы!

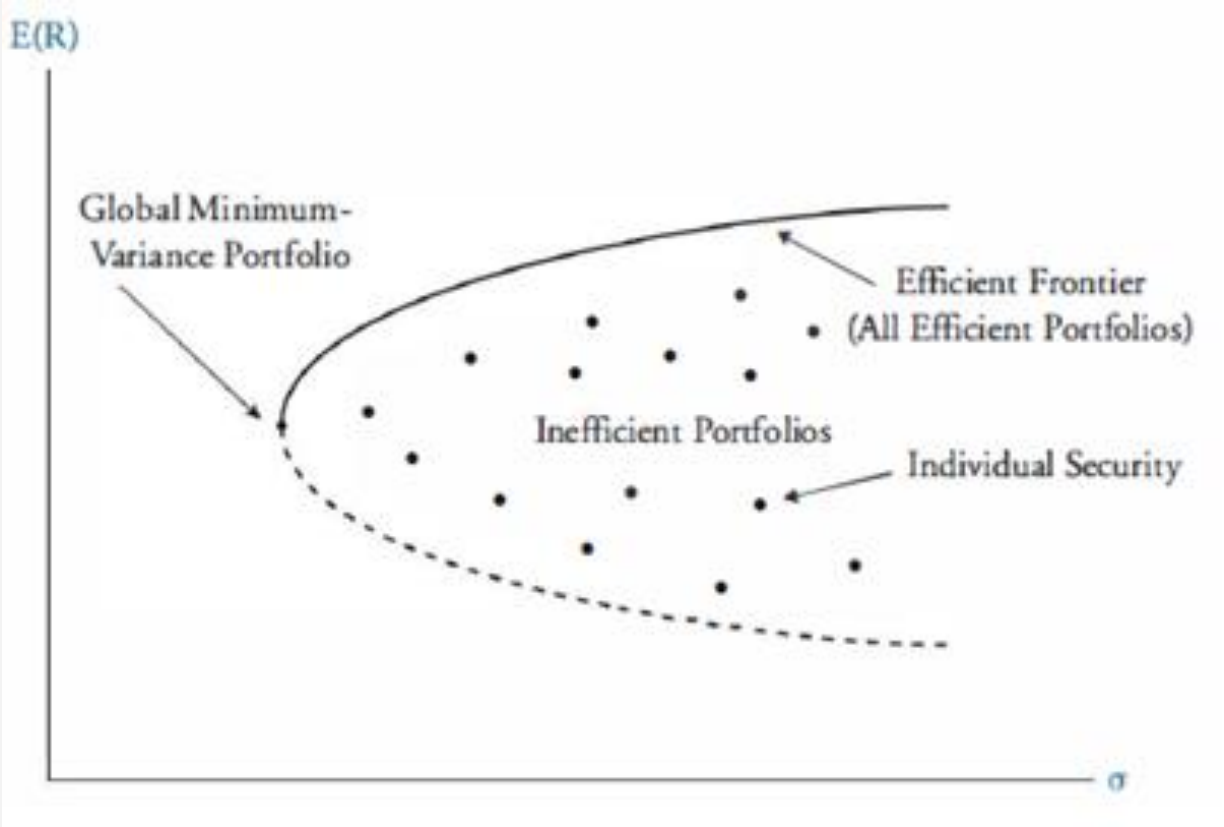
Соотношение риска и доходности портфеля с активами с **различной корреляцией**:



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Минимальная дисперсия и эффективные границы

Для каждого уровня ожидаемой доходности портфеля мы можем определить портфель с **наименьшим** риском. Эти портфели, которые имеют наименьшее стандартное отклонение среди всех портфелей с заданной ожидаемой доходностью, известны как **портфели с минимальной дисперсией**. Вместе они составляют **границу минимальной дисперсии.**



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Минимальная дисперсия и эффективные границы

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Те портфели, которые имеют наибольшую ожидаемую доходность для каждого уровня риска (стандартное отклонение), составляют **эффективную границу**

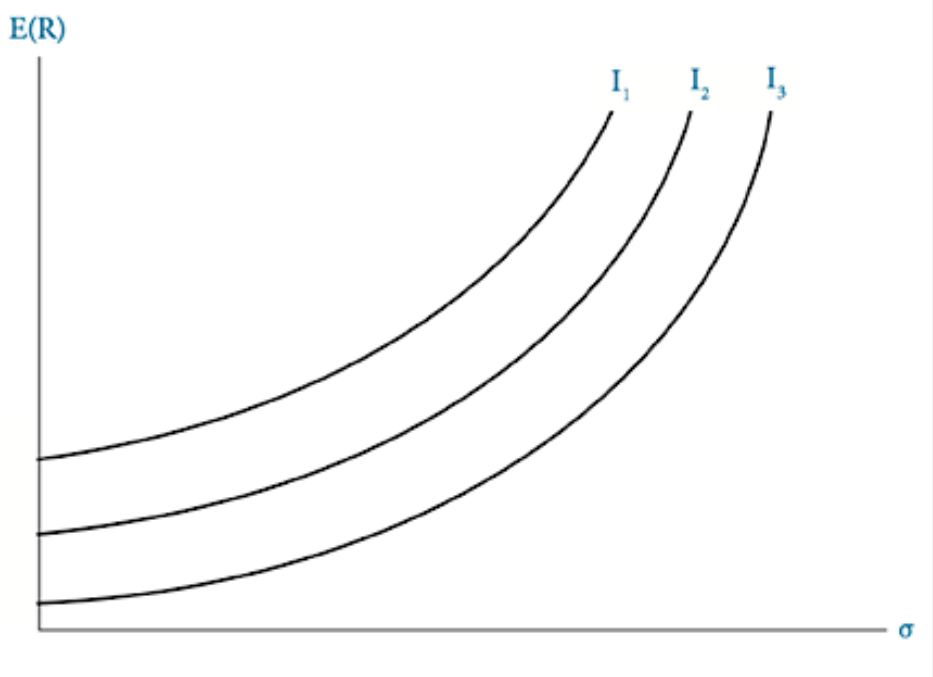
Портфель на эффективной границе, который имеет наименьший риск —**глобальный портфель с минимальной дисперсией**

Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Функция полезности инвестора представляет предпочтения инвестора с точки зрения риска и доходности (т.е. степень его неприятия риска)

Кривая безразличия отображает комбинации риска (стандартного отклонения) и ожидаемой доходности, среди которых инвестор безразличен к выбору портфеля



Источник: Schweser Notes, Kaplan

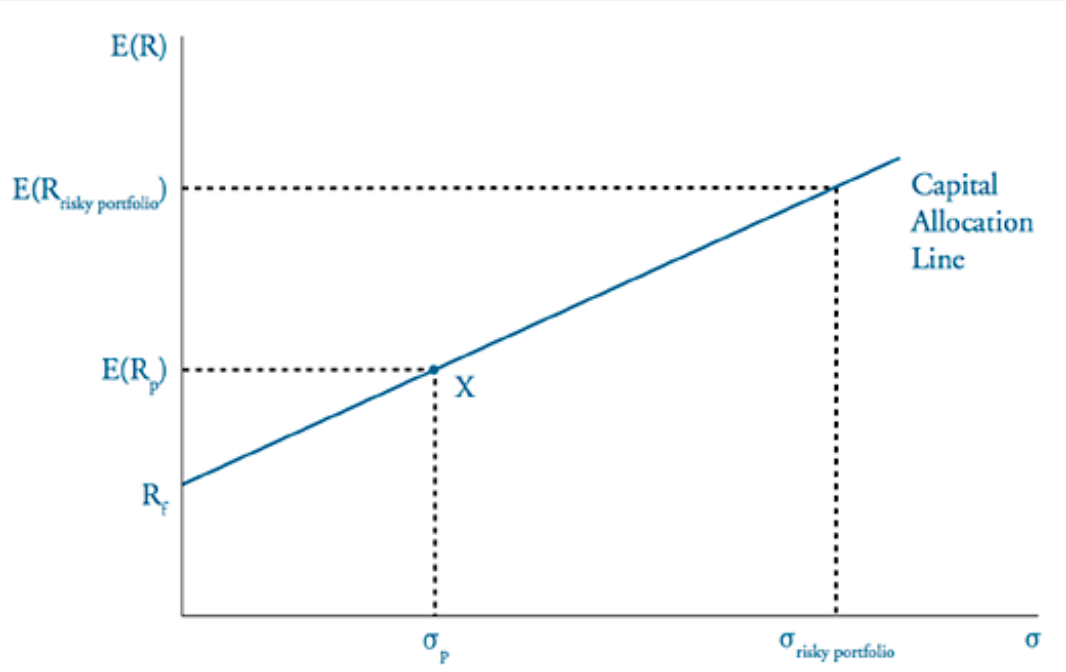
Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала (Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Объединение рискованного портфеля с безрисковым активом — это процесс, который поддерживает **теорему разделения взаимных фондов**, которая постулирует, что **оптимальные портфели** всех инвесторов будут состоять из **некоторой комбинации** оптимального портфеля рискованных активов и безрискового актива

Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала (Продолжение)

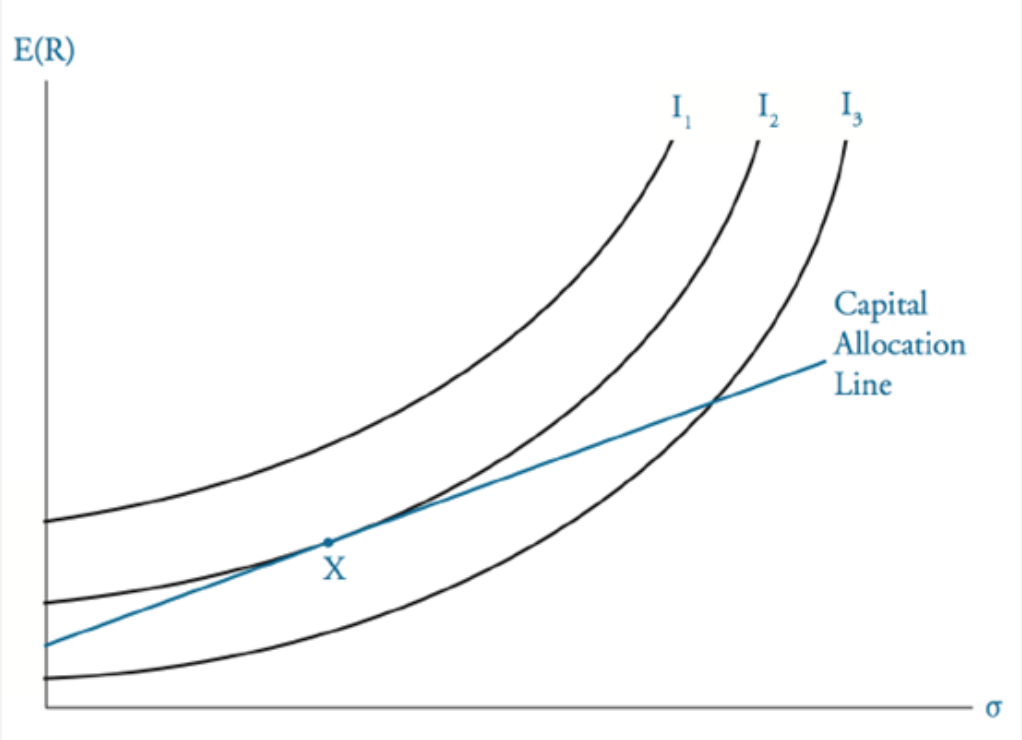
Линия, представляющая возможные комбинации безрисковых активов и оптимального портфеля рискованных активов, называется **линией распределения капитала (CAL)**:



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала (Продолжение)

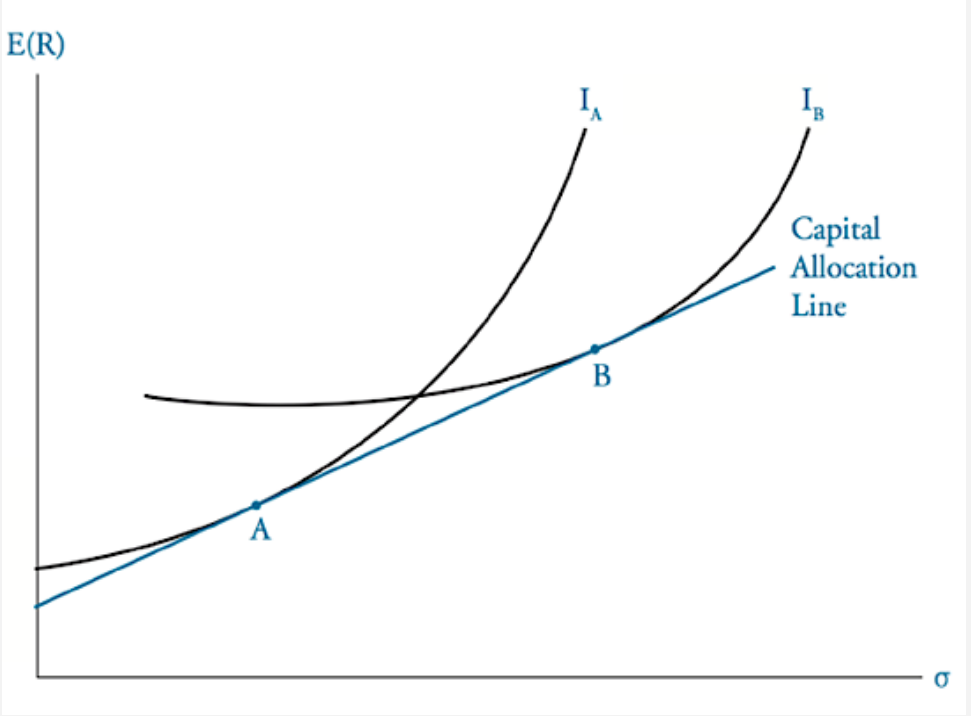
Мы можем объединить набор всех **возможных эффективных портфелей** с кривыми безразличия, представляющими индивидуальные предпочтения в отношении риска и доходности, чтобы проиллюстрировать логику выбора оптимального портфеля (т. е. такого, который максимизирует ожидаемую полезность инвестора):



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Выбор оптимального портфеля с учетом полезности инвестора и линии распределения капитала (Продолжение)

Инвесторы, **более склонные** к риску (I_B), выберут более рискованные портфели (портфель B), чем инвесторы, менее склонные к риску (I_a):



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Линия рынка капитала

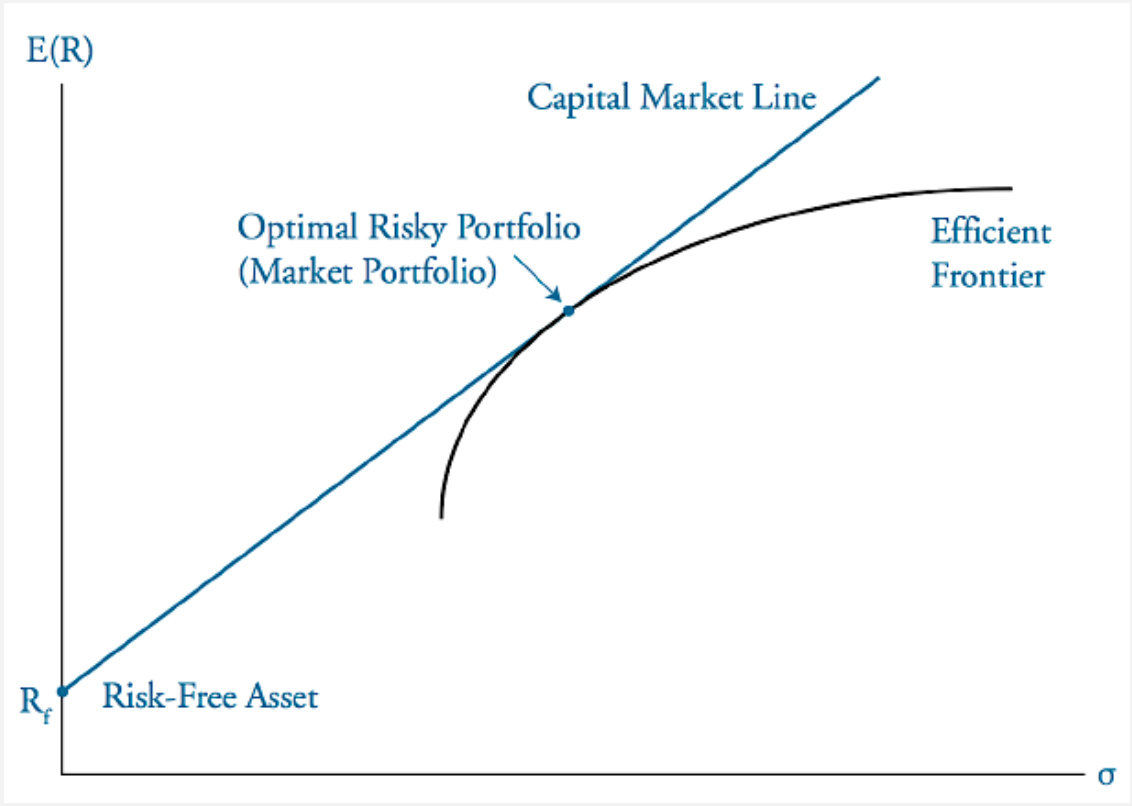
SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

В предположении однородных ожиданий этой оптимальной линией распределения капитала для всех инвесторов будет **линия рынка капитала (CML)**. Уравнение этой линии имеет следующий вид:

$$E(R_p) = R_f + (\frac{R_m - R_f}{\sigma_m})\sigma_p = R_f + (R_m - R_f)\frac{\sigma_p}{\sigma_m}$$

Линия рынка капитала (Продолжение)

Инвестор может рассчитывать на получение одной единицы **премии за рыночный риск** в качестве дополнительного дохода за каждую единицу рыночного риска:



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Пример 2 - Портфельный риск и доходность при заимствовании и кредитовании

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Известно, что безрисковая ставка Rf равна 5%, ожидаемая рыночная доходность $E(R_M)$ составляет 11%, и что стандартное отклонение доходности рыночного портфеля σm составляет 20%

Рассчитайте ожидаемую доходность и стандартное отклонение доходности для портфелей, 25%, 75% и 125% инвестиций в рыночный портфель

Систематический и несистематический риск

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Когда инвестор диверсифицирует свои активы, которые не идеально коррелируют между собой, риск портфеля меньше, чем средневзвешенное значение рисков отдельных ценных бумаг в портфеле

Риск, который устраняется путем диверсификации, называется **несистематическим риском**

Остающийся риск не может быть диверсифицирован и называется **систематическим риском** (также называемым недиверсифицируемым риском или рыночным риском)

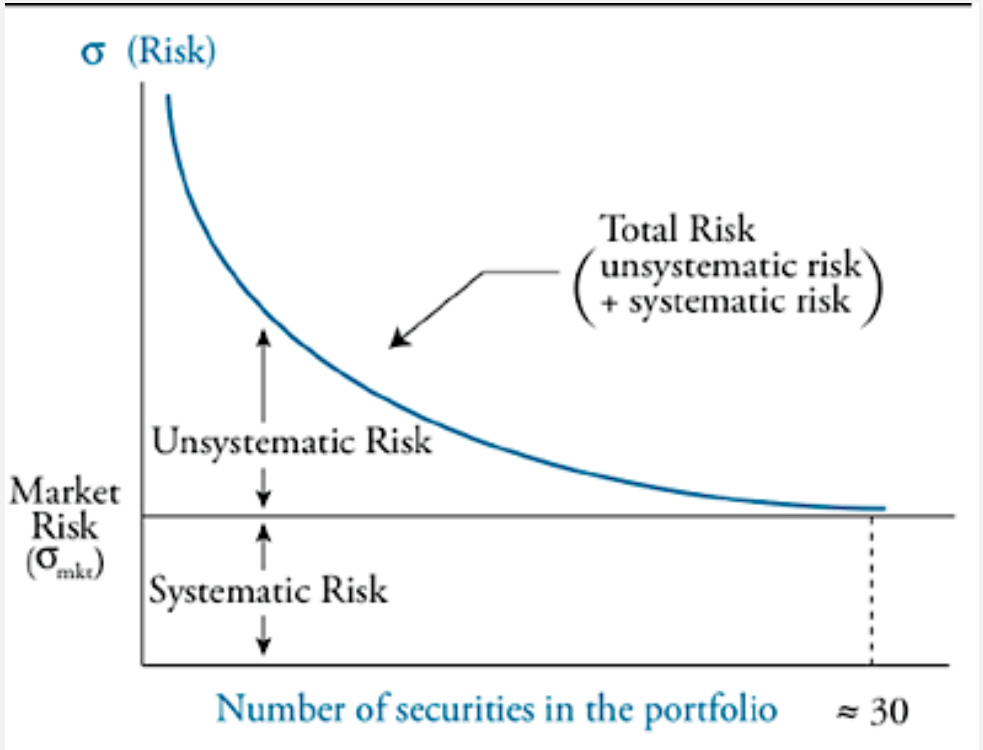
Общий риск = систематический риск + несистематический риск

Систематический и несистематический риск

(Продолжение)

Академические исследования показали, что по мере увеличения количества акций в портфеле **риск портфеля падает до уровня рыночного риска**

Одно исследование показало, что для достижения 90% максимально возможной диверсификации в портфеле достаточно всего **12–18** акций. Другое исследование показало, что потребовалось **30** ценных бумаг!



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Модели прогнозирований доходности инвестиций

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Модели генерации прибыли используются для оценки ожидаемой доходности по рискованным ценным бумагам на основе конкретных факторов

В многофакторных моделях чаще всего используются макроэкономические факторы, такие как рост ВВП, инфляция или доверие потребителей, а также фундаментальные факторы, такие как: доходы, рост доходов, размер компаний и расходы на исследования

Общий вид многофакторной модели:

$$E(R_i) - R_f = \beta_{i,1} x\, E(\text{Factor 1}) + \beta_{i,2} x\, E(\text{Factor 2}) + \ldots + \beta_{i,k} x\, E(\text{Factor k})$$

Где:

β я - факторная чувствительность или факторная нагрузка

E (коэффициент i) - ожидаемое значение i-го фактора

Модели прогнозирований доходности инвестиций (Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Одной из часто используемых многофакторных моделей является модель **Фамы и Френча**. Они оценили чувствительность доходности ценных бумаг к **трем факторам**: размеру компании, соотношению балансовой стоимости компании к рыночной стоимости и доходности рыночного портфеля за вычетом безрисковой ставки (избыточная доходность рыночного портфеля)

Кархарт предлагает четвертый фактор, который измеряет динамику цен (индекс относительной силы), используя доходность предыдущего периода. Вместе эти четыре фактора относительно хорошо объясняют разницу в доходности долевых ценных бумаг США за период, для которого оценивалась модель

Расчет коэффициента бета

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Чувствительность доходности актива к доходности индекса ценных бумаг (индекса рынка) в контексте рыночной модели называется его **коэффициентом бета**. Бета может быть рассчитана следующим образом:

$$\beta_i = \frac{Cov_{im}}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{im}\sigma_i\sigma_m}{\sigma_m^2} = \rho_{im}\frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

Пример 3 - Расчет коэффициента бета

Стандартное отклонение доходности рыночного индекса оценивается в 20%

1. Если стандартное отклонение актива А составляет 30%, а корреляция его доходности с рыночным индексом равна 0,8, какова бета-версия актива А?

2. Если ковариация доходности актива А с доходностью рыночного индекса равна 0,048, какова бета актива А?

Модель оценки капитальных активов (CAPM)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Линия, иллюстрирующая взаимосвязь между риском и доходностью для отдельных активов с использованием Cov i,mkr , называется **линией рынка ценных бумаг (SML)**.

Уравнение линии рынка ценных бумаг:

$$E(R_i) = R_f + \frac{Cov_{i,mkt}}{\sigma_{mkt}^2}[E(R_{mkt}) - R_f] =$$

$$= R_f + \beta_i[E(R_{mkt}) - R_f]$$

Предположения модели оценки капитальных активов (CAPM)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- **Минимизация риска**. Чтобы принять большую степень риска, инвесторам требуется более высокая ожидаемая доходность

- **Инвесторы, максимизирующие полезность**. Инвесторы выбирают портфель с такой комбинацией риска и доходности, которая максимизирует их (ожидаемую) полезность

- **Безбарьерные рынки**. Нет никаких налогов, транзакционных издержек или других препятствий для торговли

Предположения модели оценки капитальных активов (CAPM) (Продолжение)

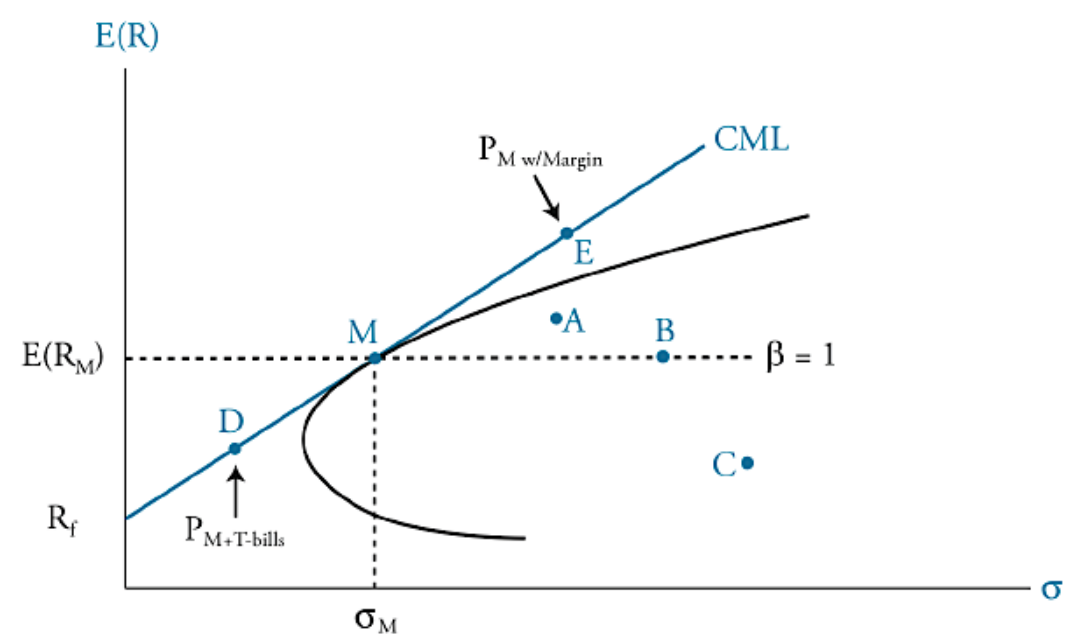
SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

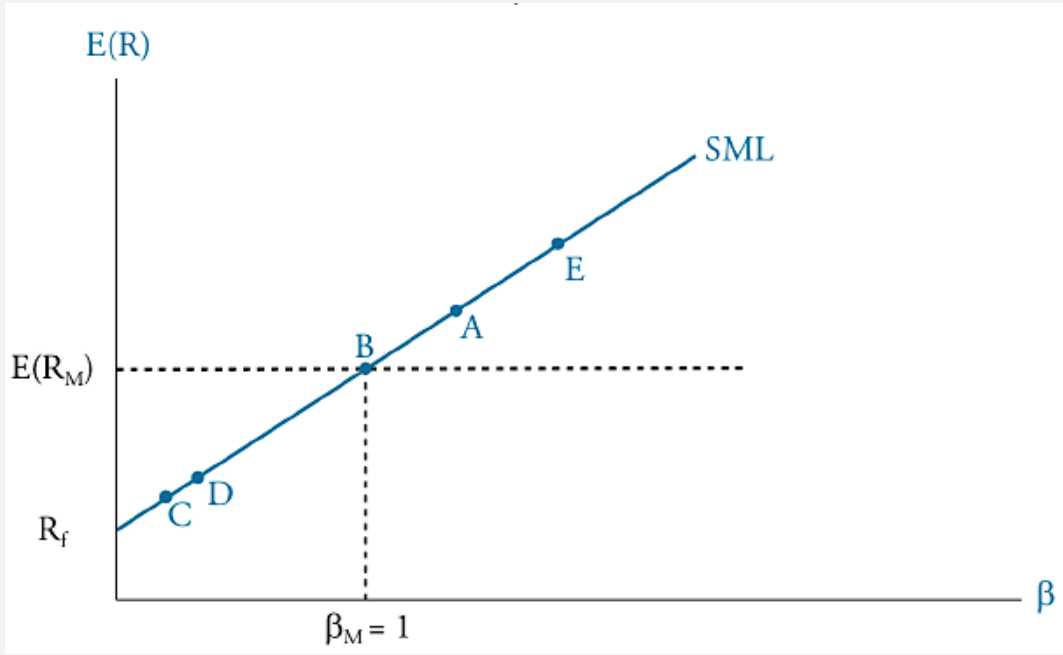
- **Однородный инвестиционный горизонт**. Все инвесторы имеют одинаковый временной горизонт
- **Однородные ожидания**. Все инвесторы имеют одинаковые ожидания относительно ожидаемой доходности активов, стандартных отклонений доходности и корреляции доходности между активами
- **Делимые активы**. Все инвестиции бесконечно делимы
- **Конкурентные рынки**. Инвесторы принимают рыночную цену как данность, и ни один инвестор не может влиять на цены своими сделками

Сравнение CML и SML

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Линия рынка капитала и Линия рынка ценных бумаг:





Источник: Schweser Notes, Kaplan

Пример 4 – Расчет доходности по модели CAPM

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Ожидаемая доходность по рынку составляет 15%, безрисковая ставка — 8%, а бета для акции А — 1,2. Рассчитайте ожидаемую (требуемую) норму доходности от этой акции

Пример 5 – Расчет доходности по модели CAPM

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Ожидаемая доходность рынка составляет 15%, безрисковая ставка — 8%, а бета для акции В — 0,8. Рассчитайте ожидаемую (требуемую) норму доходности от этой акции

Пример 6 – Использование коэффициента бета для оценки требуемой доходности

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Структура капитала компании Полекс состоит из 40% заемного капитала и 60% собственного капитала. Ожидаемая доходность по рынку составляет 12%, безрисковая ставка — 4%

Какую ставку дисконтирования должен использовать аналитик для расчета чистой приведенной стоимости проекта с коэффициентом бета собственного капитала 0,9, если стоимость долга фирмы после уплаты налогов составляет 5%?

Пример 6 – Решение

Пример 7 – Выявление неправильно оцененных ценных бумаг

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

В таблице ниже представлена информация, основанная на прогнозах аналитиков по трем акциям. Предположим, что безрисковая ставка равна 7%, а рыночная доходность равна 15%. Рассчитайте ожидаемую и требуемую доходность по каждой акции, определите, является ли каждая акция недооцененной, переоцененной или правильно оцененной, и порекомендуйте соответствующую торговую стратегию

	Цена акции	Ожидаемая цена	E(Дивиденд)	Бета
А	25	27	1,00	1,0
Б	40	45	2,00	0,8
С	15	17	0,50	1 ,2

Пример 7 – Решение

Показатели доходности с поправкой на риск

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Когда мы оцениваем эффективность рискового портфеля, нам необходимо скорректировать доходность портфеля с учетом его риска. **Меры доходности**:

Коэффициент Шарпа = $\dfrac{(R_p - R_f)}{\sigma_p}$

М-квадрат (M2) дает такое же ранжирование портфеля, что и коэффициент Шарпа, но выражается в процентах:

$$M^2 = (R_p - R_f)\frac{\sigma_m}{\sigma_p} - (R_m - R_f)$$

Показатели доходности с поправкой на риск

(Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Figure 10: Sharpe Ratios as Slopes

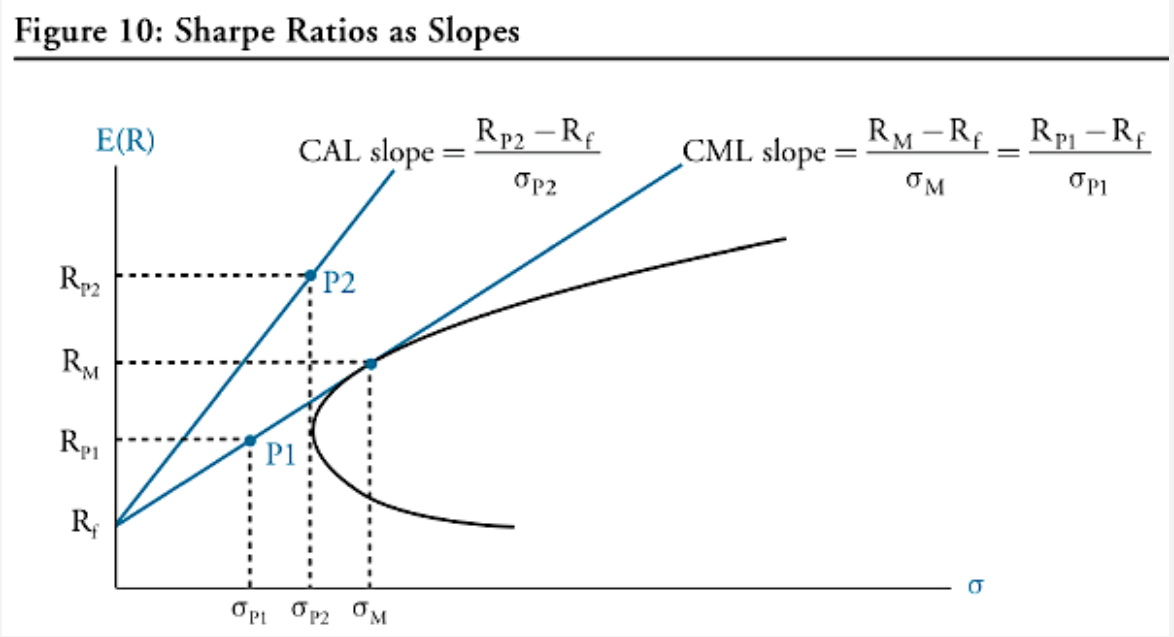
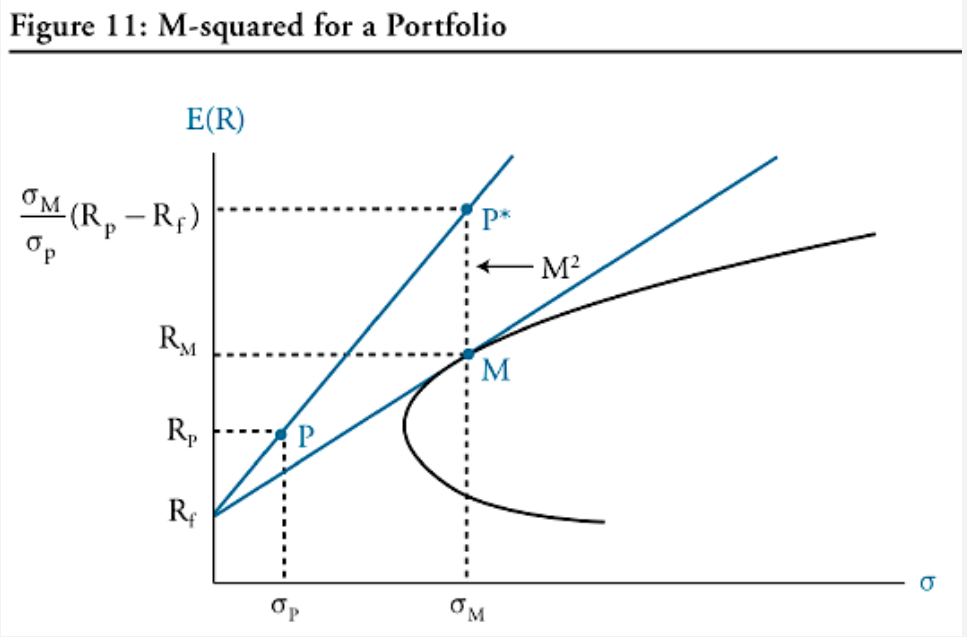


Figure 11: M-squared for a Portfolio



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Показатели доходности с поправкой на риск

(Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Коэффициент Трейнора — это избыточная доходность на единицу систематического риска

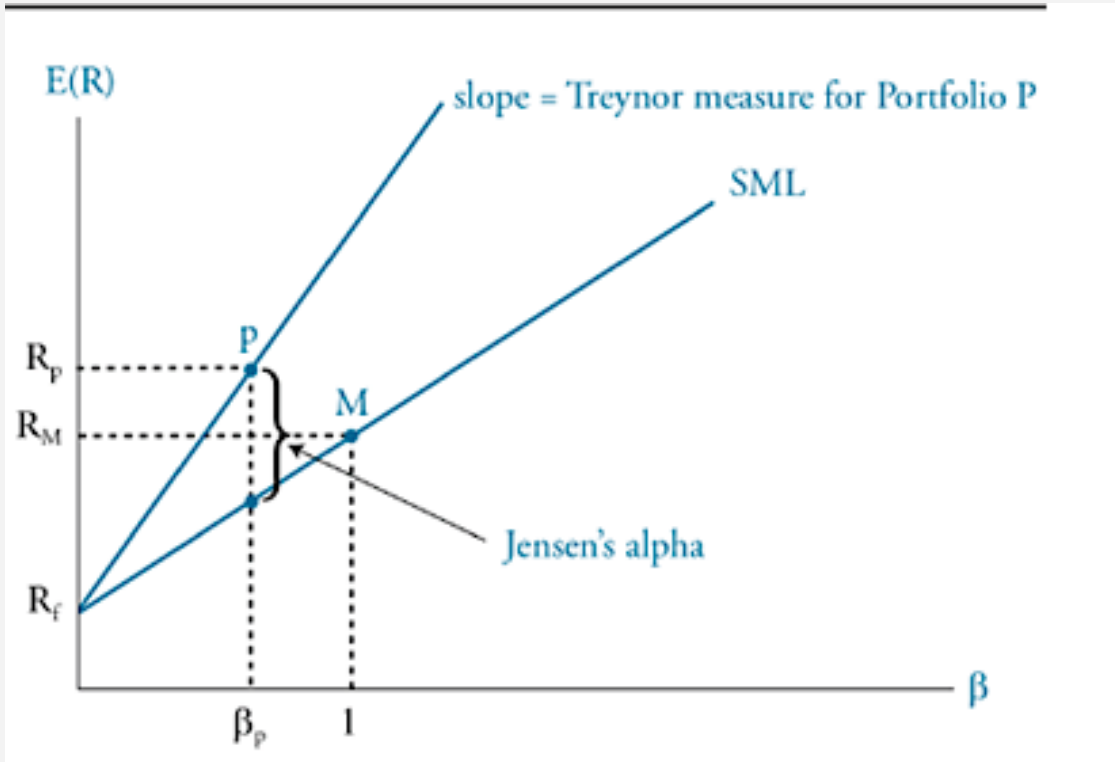
$$\text{Treynor} = \frac{(R_p - R_f)}{\beta_p}$$

Коэффициент Альфа Дженсена процентная доходность портфеля выше доходности портфеля с той же бета-коэффициентом, что и портфель, лежащий на линии рынка ценных бумаг (SML)

$$\alpha_p = R_P - [R_f + \beta_p (R_M - R_f)]$$

Показатели доходности с поправкой на риск

(Продолжение)



Источник: Schweser Notes, Kaplan

Выводы из урока

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Рассмотрели базовые принципы теории портфельных инвестиции
- Обсудили, как диверсификация позволяет снизить риски инвестиционного портфеля без снижения его доходности
- Обсудили модели прогнозирования доходности, в том числе модель оценки капитальных активом (CAPM)
- Рассмотрели концепции соотношения риска и доходности, обсудили, как и почему эти концепции связаны между собой

Контакты



sf.education

https://t.me/sf_education

sf_education

https://seekingalpha.com/author/societe-financiers

https://vk.com/sfeducation

https://www.facebook.com/sfeducationru

https://www.youtube.com/c/SFEducationnew